

等 別：三等考試
類 科：統計
科 目：統計學
考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、令 X, Y 的聯合機率密度函數 (Joint probability density function) 為 $f(x, y) = cye^{-x^2/2}, 0 < y^2 < x < \infty$ 。求 c 使得 $f(x, y)$ 符合聯合機率密度函數的要求；並求 X, Y 的邊際機率密度函數 (Marginal probability density function)， $f_X(x)$ 、 $f_Y(y)$ 、以及 $E(X)$ 、 $Var(X)$ 。(25 分)

二、令 $X_i, i = 1, 2, \dots, n$ 為幾何分配 $Geo(p)$ 的隨機樣本，請證明以動差法及最大概似估計法求得之 p 的估計式是相同的。請定義充分統計量，並回答該估計式是否為 p 的充分統計量？(20 分)

三、假設 X 為二項分配 $Bin(5, p)$ 的一個隨機樣本，欲根據此隨機樣本檢定 $H_0: p = 0.2$ vs. $H_1: p = 0.8$ 。在 $\alpha = \frac{1}{120}$ 的顯著水準下，求最強力檢定 (most powerful test) 的棄卻域 G ，以及真正的型一錯誤率 $P(X \in R | H_0)$ ，並求 G 的檢定力 (power)。(25 分)

四、隨機樣本 $X_{ij} \sim N(\theta_i, \sigma^2), i = 1, 2, 3, 4, j = 1, 2, \dots, 10$ 。樣本觀察值的敘述性統計如下表：

i	1	2	3	4
平均數	7	6	11	8
標準差	2.75	2.21	2.62	2.54

在 $\alpha = 5\%$ 的顯著水準下，請完成下列假說檢定。

(一) $H_0: \theta_i = \theta$ for all i vs. $H_1: \theta_i \neq \theta$ for some i 。(20 分)

(二) $H_0: \theta_2 - \theta_3 + \theta_4 = 0$ vs. $H_1: \theta_2 - \theta_3 + \theta_4 \neq 0$ 。(10 分)

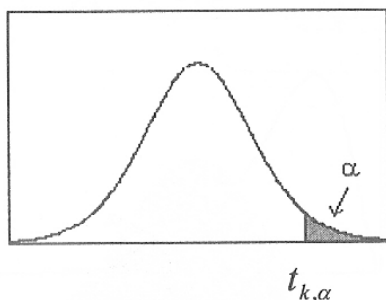
附表

F 分配臨界值表

v2 \ v1	分子自由度																		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	161.45	199.50	215.71	224.58	230.16	233.99	236.77	238.88	240.54	241.88	243.91	245.95	248.01	249.05	250.10	251.14	252.20	253.25	254.31
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40	19.41	19.43	19.45	19.45	19.46	19.47	19.48	19.49	19.50
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.74	8.70	8.66	8.64	8.62	8.59	8.57	8.55	8.53
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.69	5.66	5.63
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.68	4.62	4.56	4.53	4.50	4.46	4.43	4.40	4.37
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.00	3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.74	3.70	3.67
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	3.30	3.27	3.23
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.28	3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	3.01	2.97	2.93
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.07	3.01	2.94	2.90	2.86	2.83	2.79	2.75	2.71
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.91	2.85	2.77	2.74	2.70	2.66	2.62	2.58	2.54
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.79	2.72	2.65	2.61	2.57	2.53	2.49	2.45	2.40
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.69	2.62	2.54	2.51	2.47	2.43	2.38	2.34	2.30
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.60	2.53	2.46	2.42	2.38	2.34	2.30	2.25	2.21
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.53	2.46	2.39	2.35	2.31	2.27	2.22	2.18	2.13
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.48	2.40	2.33	2.29	2.25	2.20	2.16	2.11	2.07
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.42	2.35	2.28	2.24	2.19	2.15	2.11	2.06	2.01
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.38	2.31	2.23	2.19	2.15	2.10	2.06	2.01	1.96
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.34	2.27	2.19	2.15	2.11	2.06	2.02	1.97	1.92
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	1.98	1.93	1.88
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.28	2.20	2.12	2.08	2.04	1.99	1.95	1.90	1.84
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.25	2.18	2.10	2.05	2.01	1.96	1.92	1.87	1.81
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.23	2.15	2.07	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.78
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.20	2.13	2.05	2.01	1.96	1.91	1.86	1.81	1.76
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.18	2.11	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.79	1.73
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24	2.16	2.09	2.01	1.96	1.92	1.87	1.82	1.77	1.71
26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22	2.15	2.07	1.99	1.95	1.90	1.85	1.80	1.75	1.69
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25	2.20	2.13	2.06	1.97	1.93	1.88	1.84	1.79	1.73	1.67
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19	2.12	2.04	1.96	1.91	1.87	1.82	1.77	1.71	1.65
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22	2.18	2.10	2.03	1.94	1.90	1.85	1.81	1.75	1.70	1.64
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.09	2.01	1.93	1.89	1.84	1.79	1.74	1.68	1.62
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.00	1.92	1.84	1.79	1.74	1.69	1.64	1.58	1.51
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.92	1.84	1.75	1.70	1.65	1.59	1.53	1.47	1.39
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.18	2.09	2.02	1.96	1.91	1.83	1.75	1.66	1.61	1.55	1.50	1.43	1.35	1.25
∞	3.84	3.00	2.61	2.37	2.22	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.75	1.67	1.57	1.52	1.46	1.40	1.32	1.22	1.00

t分配表

$$P(t_k \geq t_{k,\alpha}) = \alpha$$



自由度	單尾顯著水準						
	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005	0.0025	0.001
1	3.0777	6.3138	12.7062	31.8205	63.6567	127.3213	318.3088
2	1.8856	2.9200	4.3027	6.9646	9.9248	14.0890	22.3271
3	1.6377	2.3534	3.1824	4.5407	5.8409	7.4533	10.2145
4	1.5332	2.1318	2.7764	3.7469	4.6041	5.5976	7.1732
5	1.4759	2.0150	2.5706	3.3649	4.0321	4.7733	5.8934
6	1.4398	1.9432	2.4469	3.1427	3.7074	4.3168	5.2076
7	1.4149	1.8946	2.3646	2.9980	3.4995	4.0293	4.7853
8	1.3968	1.8595	2.3060	2.8965	3.3554	3.8325	4.5008
9	1.3830	1.8331	2.2622	2.8214	3.2498	3.6897	4.2968
10	1.3722	1.8125	2.2281	2.7638	3.1693	3.5814	4.1437
11	1.3634	1.7959	2.2010	2.7181	3.1058	3.4966	4.0247
12	1.3562	1.7823	2.1788	2.6810	3.0545	3.4284	3.9296
13	1.3502	1.7709	2.1604	2.6503	3.0123	3.3725	3.8520
14	1.3450	1.7613	2.1448	2.6245	2.9768	3.3257	3.7874
15	1.3406	1.7531	2.1314	2.6025	2.9467	3.2860	3.7328
16	1.3368	1.7459	2.1199	2.5835	2.9208	3.2520	3.6862
17	1.3334	1.7396	2.1098	2.5669	2.8982	3.2224	3.6458
18	1.3304	1.7341	2.1009	2.5524	2.8784	3.1966	3.6105
19	1.3277	1.7291	2.0930	2.5395	2.8609	3.1737	3.5794
20	1.3253	1.7247	2.0860	2.5280	2.8453	3.1534	3.5518
21	1.3232	1.7207	2.0796	2.5176	2.8314	3.1352	3.5272
22	1.3212	1.7171	2.0739	2.5083	2.8188	3.1188	3.5050
23	1.3195	1.7139	2.0687	2.4999	2.8073	3.1040	3.4850
24	1.3178	1.7109	2.0639	2.4922	2.7969	3.0905	3.4668
25	1.3163	1.7081	2.0595	2.4851	2.7874	3.0782	3.4502
26	1.3150	1.7056	2.0555	2.4786	2.7787	3.0669	3.4350
27	1.3137	1.7033	2.0518	2.4727	2.7707	3.0565	3.4210
28	1.3125	1.7011	2.0484	2.4671	2.7633	3.0469	3.4082
29	1.3114	1.6991	2.0452	2.4620	2.7564	3.0380	3.3962
30	1.3104	1.6973	2.0423	2.4573	2.7500	3.0298	3.3852
35	1.3062	1.6896	2.0301	2.4377	2.7238	2.9960	3.3400
40	1.3031	1.6839	2.0211	2.4233	2.7045	2.9712	3.3069
45	1.3006	1.6794	2.0141	2.4121	2.6896	2.9521	3.2815
50	1.2987	1.6759	2.0086	2.4033	2.6778	2.9370	3.2614
60	1.2958	1.6706	2.0003	2.3901	2.6603	2.9146	3.2317
70	1.2938	1.6669	1.9944	2.3808	2.6479	2.8987	3.2108
80	1.2922	1.6641	1.9901	2.3739	2.6387	2.8870	3.1953
90	1.2910	1.6620	1.9867	2.3685	2.6316	2.8779	3.1833
100	1.2901	1.6602	1.9840	2.3642	2.6259	2.8707	3.1737
200	1.2858	1.6525	1.9719	2.3451	2.6006	2.8385	3.1315
300	1.2844	1.6499	1.9679	2.3388	2.5923	2.8279	3.1176
400	1.2837	1.6487	1.9659	2.3357	2.5882	2.8227	3.1107
500	1.2832	1.6479	1.9647	2.3338	2.5857	2.8195	3.1066
600	1.2830	1.6474	1.9639	2.3326	2.5840	2.8175	3.1039
700	1.2828	1.6470	1.9634	2.3317	2.5829	2.8160	3.1019
800	1.2826	1.6468	1.9629	2.3310	2.5820	2.8148	3.1005
900	1.2825	1.6465	1.9626	2.3305	2.5813	2.8140	3.0993
1000	1.2824	1.6464	1.9623	2.3301	2.5808	2.8133	3.0984